

2026年度全学統一入学試験問題

数 学【理工学部】

(2月3日)

開始時刻 午後1時00分

終了時刻 午後2時00分

I 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は6ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督員の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。

① 受験番号欄

受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

② 氏名欄

氏名とフリガナを記入してください。

4.

1

 ～

3

 と

4

 または

5

 を解答してください。
(

4

 と

5

 の両方を解答した場合は
高得点の方を合否判定に使用します。)
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

※ 解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

- 1 2 次方程式 $2x^2 - (8a + 16)x + 72 = 0$ について、 $-10 < x < 10$ の範囲に異なる 2 つの実数解を持つような定数 a の範囲を考える。

問 1 x の範囲が全ての実数であるとする、異なる 2 つの実数解を持つような定数 a の値の範囲は、 $a < -$ ア , イ $< a$ である。

問 2 $f(x) = 2x^2 - (8a + 16)x + 72$ としたとき、 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は (ウ $a +$ エ , $-$ オ $a^2 -$ カキ $a +$ クケ) である。

関数 $f(x)$ の定義域を $-10 < x < 10$ とする。

$f(x) = 0$ が $-10 < x < 10$ の範囲に異なる 2 つの実数解を持つとき、 $y = f(x)$ のグラフの軸は定義域内にある。

この条件を満たすような定数 a の値の範囲は $-$ コ $< a <$ サ である。

問 3 $f(x) = 0$ が $-10 < x < 10$ の範囲に異なる 2 つの実数解を持つとき、 $f(-10) >$ シ , $f(10) >$ ス を満たす。

これらを満たすような定数 a の値の範囲は $-$ $\frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$ $< a < \frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$ である。

問 4 問 1 ～ 問 3 より、 $f(x) = 0$ が $-10 < x < 10$ の範囲に異なる 2 つの実数解を持つ定数 a の値の範囲は $-$ $\frac{\text{テト}}{\text{ナ}}$ $< a < -$ ニ , ヌ $< a < \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}$ である。

2 次の条件で定義された2つの数列 $\{a_n\}$, $\{c_n\}$ について考える。

$$a_1 = 6, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 5}{a_n - 3}, \quad c_n = \{(-2)^n + 14\}a_n + 60 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

漸化式について, a_{n+1} と a_n を α に変えた方程式 $\alpha = \frac{\alpha + 5}{\alpha - 3}$ を解くと,

$\alpha = 5, -1$ が得られることから, $b_n = \frac{a_n + 1}{a_n - 5}$ とおくことができる。

漸化式から $b_{n+1} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_{n+1} - 5} = \frac{a_n + \boxed{\text{ア}}}{- \boxed{\text{イ}} a_n + \boxed{\text{ウエ}}} = - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} b_n$ が成立する。

数列 $\{b_n\}$ について, $b_1 = \boxed{\text{キ}}$ であることから数列 $\{b_n\}$ を求めると

$b_n = \boxed{\text{ク}} \cdot \left(- \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \right)^{n-1}$ と求められる。よって, $b_n = \frac{a_n + 1}{a_n - 5}$ より,

数列 $\{a_n\}$ は $a_n = \frac{\boxed{\text{サシ}} + (-2)^{n-1}}{\boxed{\text{ス}} - (-2)^{n-1}}$ と求めることができる。

以上より, 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めると, $c_n = -(-2)^n + \boxed{\text{セソタ}}$ である。

3 5^{40} と 6^{32} について考える。 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$, $\log_{10} 7 = 0.845$ とする。

問 1 5^{40} の桁数について考える。 5^{40} について、10 を底とした対数をとると、
 $\log_{10} 5^{40} = \boxed{\text{アイ}}.\boxed{\text{ウエ}}$ であり、 $\boxed{\text{オカ}} < \log_{10} 5^{40} < \boxed{\text{キク}}$ である。
なお、 $\boxed{\text{オカ}}$ と $\boxed{\text{キク}}$ に当てはまる数字は連続した整数であるとする。
つまり、 $10^{\boxed{\text{オカ}}} < 10^{\log_{10} 5^{40}} < 10^{\boxed{\text{キク}}}$ であることから、
 5^{40} は $\boxed{\text{ケコ}}$ 桁の数であることがわかる。

問 2 6^{32} の桁数についても同様に考えれば、 $\log_{10} 6^{32} = \boxed{\text{サシ}}.\boxed{\text{スセソ}}$ であり、
 6^{32} は $\boxed{\text{タチ}}$ 桁の数である。
次に、 6^{32} の最高位の数について考える。 $\log_{10} 6^{32}$ の小数部分について、
 $\log_{10} \boxed{\text{ツ}} < 0.\boxed{\text{スセソ}} < \log_{10} \boxed{\text{テ}}$ である。
なお、 $\boxed{\text{ツ}}$ と $\boxed{\text{テ}}$ に当てはまる数字は連続した整数であるとする。
よって、 6^{32} の最高位の数は $\boxed{\text{ト}}$ であることがわかる。

問 3 同様に対数を用いて、 6^n について考える。 n を自然数として1から順に大きくしていったとき、 6^n の値が初めて 5^{40} より大きくなるのは $n = \boxed{\text{ナニ}}$ のときであることがわかる。

4, **5** のうちどちらか一方を選択して解答してください。**4** と **5** の両方を解答した場合は、高得点の方を合否判定に使用します。

4 座標平面上の曲線 $C: y = 3x^4 + 4x^3 - 34x^2 + 2$ と放物線 $D: y = 2x^2 + k$ を考える。なお、 k は実数の定数とする。

問 1 $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 2$ とすると、 $f'(x) = \text{アイ}x^3 + \text{ウエ}x^2 - \text{オカ}x$ である。また、 $f'(x) = 0$ の解は $x = -\text{キ}, \text{ク}, \text{ケ}$ である。
ただし、 $\text{ク} < \text{ケ}$ とする。

問 2 次に、曲線 C と放物線 D の異なる共有点の個数が k の値によってどのように変化するかを調べたい。曲線 C と放物線 D の共有点の x 座標は、それぞれの図形の方程式から y を消去して得られる x の 4 次方程式 $3x^4 + 4x^3 - 34x^2 + 2 = 2x^2 + k$
つまり、 $3x^4 + 4x^3 - 36x^2 + 2 = k \cdots \cdots \text{①}$
の実数解と考えることができる。

よって、曲線 C と放物線 D の異なる共有点の x 座標の個数は方程式①すなわち $f(x) = k$ の異なる実数解の個数に等しい。

ここで、 $y = f(x)$ は 3 個の極値を持ち、

$x = -\text{キ}$ で極小値 $y = -\text{コサシ}$, $x = \text{ク}$ で極大値 $y = \text{ス}$,
 $x = \text{ケ}$ で極小値 $y = -\text{セソ}$ をとる。

方程式①の実数解の個数とは、座標平面上における曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ との異なる共有点の個数に等しい。座標平面上にそれぞれのグラフを表すことで考えることができる。

曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = k$ の異なる共有点の個数は以下の通りである。

$k < -\text{コサシ}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **タ** 個

$k = -\text{コサシ}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **チ** 個

$-\text{コサシ} < k < -\text{セソ}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **ツ** 個

$k = -\text{セソ}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **テ** 個

$-\text{セソ} < k < \text{ス}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **ト** 個

$k = \text{ス}$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **ナ** 個

$\text{ス} < k$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = k$ との共有点は **ニ** 個

問 3 $k = 2$ のとき，曲線 C と放物線 D の交点の x 座標のうち，最も大きいものを α ，最も小さいものを β とする。放物線 $E: y = x^2 + ax + b$ が 2 点 $(\alpha, 2), (\beta, 2)$ を通るとき放物線 E と直線 $y = 2$ で囲まれた図形の面積 S を求めると

$$S = \frac{\boxed{\text{ヌネノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}} \sqrt{7} \text{ である。}$$

- 5 空間に4点O, A, B, Cがあり, それぞれの座標はO(0, 0, 0), A(2, 0, 0), B(0, 4, 0), C(0, 0, 8)である。このとき, 4点を結んでできる四面体について考える。

問1 三角形ABCの重心をGとすると,

$\vec{OG}$ は $\vec{OA}$, $\vec{OB}$, $\vec{OC}$ を用いて $\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$ と表されるので, 点Gの座標は

$(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{イ}}})$ となる。また, $\angle AOG = \theta$ とすると, $\cos \theta = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}$

である。

問2 Oから平面ABCに降ろした垂線の足をHとすると, 点Hは平面ABC上に存在するため, $\vec{OH} = s\vec{OA} + t\vec{OB} + u\vec{OC}$ ($s + t + u = 1$)と表すことができる。ここで, $\vec{OH} \perp \vec{AB}$, $\vec{OH} \perp \vec{AC}$ であることを利用すると, $\vec{OH} \cdot \vec{AB} = \vec{OH} \cdot \vec{AC} = \boxed{\text{ク}}$ が成立するので, (s, t, u)は

それぞれ $(\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}, \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{サシ}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{サシ}}})$ と求めることができる。

以上から $|\vec{OH}| = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}$ となる。

問3 直線OG上に存在する点をDとすると, 実数 k を用いて $\vec{OD} = k\vec{OG}$ とおける。

$k = 3$ であるとき, 四面体ABCDの体積は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

一方, 線分BDの中点をMとすると, $\vec{OD} = k\vec{OG}$ を用いると,

$|\vec{AM}|^2 = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}k^2 + \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ニ}}}k + \boxed{\text{ネ}}$ である。

よって, $k = -\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ のとき, $|\vec{AM}|$ は最小となる。

II 解答上の注意

- 問題の文中の ア、イウ などには、特に指示がないかぎり、数字(0～9)または符号(－、±)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

(例) アイウ に -83 と答えたいとき

ア	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

なお、同一の問題文中に ア、イウ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、ア、イウ のように細字で表記します。

- 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例) $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として

エ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
カ	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

- 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、キ $\sqrt{\text{ク}}$ 、 $\frac{\sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、

$\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。